

---

# V-Escuela del Doctorado en Matemática de Valparaíso

Universidad Técnica Federico Santa María - Universidad de Valparaíso - Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Del 11 al 21 de Octubre 2016 - Valparaíso - Chile

---

## Cohomología Galoisiana

GABRIELE RANIERI\*

### Resumen

Sea  $K$  un cuerpo de números y sea  $\bar{K}$  su clausura algebraica. Llamamos  $\text{Gal}(\bar{K}/K)$  al grupo de Galois de  $\bar{K}$  sobre  $K$  (i.e. el grupo de los automorfismos de  $K$  que fijan a  $K$ ). Uno de los problemas más importantes de la teoría algebraica de números es el estudio de los  $\text{Gal}(\bar{K}/K)$ -módulos, objetos que permiten obtener información sobre la estructura de  $\text{Gal}(\bar{K}/K)$ , que es todavía en buena parte desconocida. La cohomología, un herramienta de naturaleza algebraica que ha permitido obtener resultados espectaculares también en análisis y geometría, es una de las llaves para entrar en el mundo  $\text{Gal}(\bar{K}/K)$ -módulos.

En la primera parte de nuestro curso, después de recordar la definición de la topología de Krull sobre  $\text{Gal}(\bar{K}/K)$ , vamos a introducir la definición de grupo de cohomología desde el punto de vista de la teoría de categorías.

En la segunda parte, vamos a dar algunas aplicaciones de los resultados estudiados en la parte precedente. En particular vamos a estudiar la teoría de Kummer utilizando la cohomología y vamos a definir el grupo de Tate-Shafarevich de un  $\text{Gal}(\bar{K}/K)$ -módulo, explicando su importancia para la determinación del rango de una variedad abeliana definida sobre un cuerpo de números.

### Referencias

- [1] R. Greenberg, *Introduction to Iwasawa theory for elliptic curves*, IAS/Park City Mathematics Series 9, 407-464, (2001).
- [2] J. Milne, *Class field theory*, <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/CFT.pdf>
- [3] J-P. Serre, *Galois cohomology*, Springer Monographs in Mathematics, 1997.
- [4] J-P. Serre, *Local Fields*, GTM 67, Springer, 1979.

---

\*Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile